

Fractale

(terme proposé par B. Mandelbrot)

En mathématiques, une fractale est un objet géométrique tel que les mêmes propriétés apparaissent à différentes échelles. Il y a donc une structure hiérarchisée, qui suit une loi hyperbolique bien définie, soit déterministe (fractale régulière) soit stochastique (fractale aléatoire):

$$n(e) = e^{-D}$$

où e est le pas de mesure (paramètre variable caractérisant l'échelle d'observation) et n le nombre des éléments apparaissant à cette échelle. D est la dimension fractale, un paramètre qui caractérise la répartition de quantités (masses, surfaces, longueurs) à travers différentes échelles d'observation: il décrit l'homothétie interne de la structure observée. On détermine empiriquement la valeur de cette dimension D à partir de la pente de la relation hyperbolique ajustant quantités et pas de mesure. Pour une surface dans un volume, D est comprise entre 2 et 3, pour une courbe sur une surface, entre 1 et 2.

La dimension fractale est utilisée en géographie pour généraliser le contour des côtes sur les cartes, ou tester l'existence d'une organisation hiérarchique dans divers systèmes (morphologie urbaine, répartition de la population, lieux centraux, réseaux de transport...). Si la structure est fractale, les quantités (par ex. la surface bâtie, la longueur d'un réseau) sont des fonctions puissances négatives d'un pas de mesure (largeur de la maille d'une grille d'analyse, distance à un centre, largeur d'une voie...).

Bibliographie